

El Problema de Serrin Discreto

Cristina Araúz

Cristina Araúz (cristina.arauz@upc.edu)
Universitat Politècnica de Catalunya

Ángeles Carmona, Andrés M. Encinas (angeles.carmona@upc.edu,
andres.marcos.encinas@upc.edu)
Universitat Politècnica de Catalunya

Abstract. J. Serrin dio solución, en 1971, al siguiente problema de la Teoría del Potencial: sea Ω un dominio regular abierto, conexo y acotado del espacio Euclídeo tal que la solución u del problema de Dirichlet $-\Delta u = 1$ en Ω y $u = 0$ en $\delta(\Omega)$ viene sobredeterminada por la condición de que $\frac{\partial u}{\partial n}$ es constante en la frontera $\delta(\Omega)$. Entonces, Ω es una bola y u tiene simetría radial, [2].

Aquí consideramos el problema discreto análogo. Dado un grafo $\Gamma = (V, E)$ y un subconjunto conexo $F \subset V$, la solución del problema de Dirichlet $\mathcal{L}(u) = 1$ en F y $u = 0$ en $\delta(F)$ se llama *medida de equilibrio*, [1]. El Problema de Serrin Discreto se formula como: ¿la condición adicional $\frac{\partial u}{\partial n} = \text{constante}$ en $\delta(F)$ implica que F es una bola y u es radial? La respuesta es negativa. Imponiendo una restricción que demostramos necesaria, los valores de la medida de equilibrio sí que dependen de la distancia a la frontera y esto nos lleva a dar una caracterización de los grafos donde el Problema de Serrin Discreto tiene solución.

References

- [1] Bendito, E.; Carmona, Á.; Encinas, A. M. Shortest paths in distance-regular graphs. *Europ. J. Combinatorics* **21** (2000), 153–166.
- [2] Serrin, J. A symmetry Problem in Potential Theory. *Arch. Ration. Mech.* **43** (1971), 304–318.