Conjugación Galois de superficies isógenas a un producto

David Torres Teigell

David Torres Teigell (david.torres@uam.es)
Universidad Autónoma de Madrid

Abstract. Dada una variedad proyectiva compleja X uno puede considerar para cada elemento σ del grupo de Galois $\mathrm{Gal}(\mathbb{C})$ la variedad conjugada X^σ, obtenida por la acción de σ en los coeficientes de los polinomios que definen X. Usando el teorema de Hodge y el principio GAGA de Serre, se puede ver que los invariantes topológicos más comunes de una variedad proyectiva compleja (los números de Betti y la signatura) son invariantes bajo la acción del grupo de Galois, y de hecho esto es suficiente en dimensión 1 para asegurar que las curvas X y X^σ son siempre homeomorfas. Sin embargo, en 1964 J. P. Serre dio un ejemplo de dos variedades Galois conjugadas que no son homeomorfas, al que han seguido distintos ejemplos más.

Una superficie compleja X se dice isógena a un producto si se puede escribir como el cociente del producto de dos curvas $C_1 \times C_2$ por la acción de un grupo finito de automorfismos $G < \mathrm{Aut}(C_1 \times C_2)$ que actúa sin puntos fijos. En esta charla estudiaremos la acción de $\mathrm{Gal}(\mathbb{C})$ en superficies isógenas a un producto. Esto nos permitirá construir familias de superficies complejas cuya órbita bajo la acción del grupo absoluto de Galois consta de superficies no homeomorfas. En la base de esta construcción está el teorema de rigidez de superficies de Beauville de Catanese y su generalización a superficies isógenas a un producto.