

El carácter de Toledo y la correspondencia de Cayley para fibrados de Higgs

Roberto Rubio

Roberto Rubio (rubio@maths.ox.ac.uk)
University of Oxford

Abstract.

Sea G un grupo de Lie real y no compacto de tipo Hermítico, es decir, tal que G/H , con H un compacto maximal, es un espacio simétrico Hermítico (p.ej., $\mathrm{Sp}(2n, \mathbb{R})/\mathrm{U}(n)$). Un G -fibrado de Higgs (E, ϕ) sobre una superficie de Riemann X es un par formado por un $H^{\mathbb{C}}$ -fibrado principal E y un campo de Higgs ϕ , una sección holomorfa del fibrado $E(\mathfrak{m}^{\mathbb{C}}) \otimes K$, donde \mathfrak{m} es un complemento de $\mathfrak{h} = \mathrm{Lie}(H)$ en $\mathfrak{g} = \mathrm{Lie}(G)$ y K es el fibrado canónico de X .

El invariante de Toledo d se define en G -fibrados de Higgs sobre una superficie de Riemann X de género g , o alternativamente, en representaciones del grupo fundamental de X en el grupo G . Este invariante está acotado por la desigualdad de Milnor-Wood ($|d| \leq \mathrm{rk}(G/H)(2g - 2)$) y permite identificar objetos maximales, que resultan de especial interés geométrico.

En primer lugar presentamos un enfoque alternativo para el invariante de Toledo a través de la definición del carácter de Toledo. A continuación enunciamos una desigualdad de tipo Milnor-Wood. Finalmente describimos un fenómeno de rigidez para los objetos maximales, que en el caso de que G sea de tipo tubo es conocido como la correspondencia de Cayley: el espacio de G -fibrados de Higgs poliestables maximales es isomorfo al espacio de pares de Higgs poliestables con grupo de estructura H^* , el dual no compacto de H , cuyo campo de Higgs toma valores en K^2 en vez de K .

Estos resultados fueron probados para algunos grupos clásicos haciendo uso de la representación estándar y los fibrados vectoriales asociados a ella. Las técnicas utilizadas en este trabajo ofrecen una prueba basada en las características geométricas del espacio simétrico G/H y extienden este resultado en general. Trabajo conjunto con O. Biquard y Ó. García-Prada.