Fibrados aCM y el tipo de representación de las variedades proyectivas

Joan Pons Llopis

Joan Pons Llopis (`jfpons@ub.edu`)
Freie Universität (Berlin)

Abstract.

El espacio proyectivo $\mathbb{P}^n$ posee una propiedad característica: el único fibrado vectorial $\mathcal{E}$ indescomponible sin cohomología intermedia (es decir, $H^i(\mathbb{P}^n, \mathcal{E}(t)) = 0$ para todo $t \in \mathbb{Z}$ y $1 < i < n$), módulo twist, es el fibrado estructural $\mathcal{O}_{\mathbb{P}^n}$. Este es el contenido del celebrado teorema de Horrocks. Desde que este resultado fue establecido, la categoría de fibrados aritméticamente Cohen-Macaulay (aCM) (i.e., fibrados sin cohomología intermedia) con soporte una variedad proyectiva dada ha sido objeto de un profundo estudio. Así, por ejemplo, Knörrer demostró un resultado similar al anterior en el caso de la quádrica lisa $Q \subset \mathbb{P}^{n+1}$ de dimensión $n \geq 2$: los únicos fibrados aCM indescomponibles son $\mathcal{O}_Q$ y el fibrado espinorial.

El trabajo coordinado de varios matemáticos permitió encontrar la lista completa de *variedades de tipo de representación finito*, es decir, variedades que soportan sólo un número finito de fibrados aCM. Estas variedades son, además de los casos ya comentados, la superficie cúbica scroll de $\mathbb{P}^4$, la superficie de Veronese de $\mathbb{P}^5$ y la curva normal racional. En función de la complejidad de su categoría de fibrados aCM, se ha propuesto clasificar el resto de variedades proyectivas como *variedades de tipo de representación 'tame'* y *tipo de representación 'wild'*.

En esta charla voy a presentar los resultados anteriormente expuestos así como explicar los principales problemas que aún quedan por resolver en esta área.