

Normas separadoras, renormamientos y propiedad de punto fijo

Alfredo Barrera Cuevas, Maria Japón

Alfredo Barrera Cuevas (gauss_alf@hotmail.com)
Universidad de Sevilla

Maria Japón (japon@us.es)
Universidad de Sevilla

Abstract. Un espacio de Banach X tiene la propiedad de punto fijo (PPF) si toda aplicación no-expansiva $T : C \rightarrow C$, con $C \subset X$ convexo, cerrado y acotado, tiene punto fijo. Una aplicación $T : C \rightarrow C$ es no-expansiva si $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$ para todo $x, y \in C$. Los espacios de Banach de sucesiones c_0 y ℓ_1 dotados con la norma usual no tienen la PPF. Sin embargo, es conocido que muchos espacios de Banach reflexivos con propiedades geométricas adicionales satisfacen la PPF (ver [?] para una exposición detallada de Teoría de Punto Fijo). Por más de 40 años, estuvo abierta la conjetura de que si todo espacio de Banach con la PPF tenía que ser reflexivo. En 2008, P.K. Lin [?] demostró que esta conjetura era falsa, ya que probó que existe una norma equivalente $|\cdot|$ en ℓ_1 tal que $(\ell_1, |\cdot|)$ tiene la PPF. A partir de este resultado nos planteamos la siguiente cuestión: ¿cuántas normas equivalentes podemos encontrar en ℓ_1 con la PPF? ¿Se pueden extender estos resultados de renormamientos con la PPF a otros espacios de Banach no reflexivos sin la PPF?

References

- [1] P. K. Lin, *There is an equivalent norm on ℓ_1 that has the fixed point property*. Nonlinear Anal., 68 (8) (2008), 2303-2308.
- [2] W.A. Kirk, B. Sims. Handbook of Metric Fixed Point Theory. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 2001.