

# Complex structures on six-dimensional solvable Lie algebras

Antonio Otal

**Antonio Otal** (aotal@unizar.es)  
Centro Universitario de la Defensa

## Abstract.

Dada una estructura casi compleja  $J : \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$  ( $J^2 = -I$ ) sobre un álgebra de Lie real  $\mathfrak{g}$ , la existencia de una 3-forma compleja cerrada  $\Psi \in \Lambda^3 \mathfrak{g}_{\mathbb{C}}$  de tipo (3,0) respecto a la bigraduación inducida por  $J$  es una condición suficiente para que  $J$  sea integrable (y por tanto un grupo de Lie  $G$  con álgebra de Lie  $\mathfrak{g}$  admite estructura de variedad compleja). Si el álgebra de Lie  $\mathfrak{g}$  es nilpotente ambas condiciones son equivalentes. Para el caso de dimensión 6, las álgebras de Lie nilpotentes que admiten una estructura casi compleja integrable fueron clasificadas por Salamon [1] y recientemente se ha obtenido una clasificación salvo equivalencia de estructuras [2]. En esta charla se presenta, basándonos en los trabajos de Turkowski [4] y Shabanskaya [3], una clasificación de estructuras complejas que admiten una 3-forma compleja cerrada  $\Psi \in \Lambda^3 \mathfrak{g}_{\mathbb{C}}$  de tipo (3,0) sobre la clase de las álgebras de Lie resolubles y unimodulares de dimensión 6. Como resultado de esta clasificación se presentarán también algunos ejemplos de estructuras hermiticas (métricas  $g$  sobre  $\mathfrak{g}$  compatibles con  $J$  compleja e integrable) de interés tanto por sus aplicaciones geométricas como físicas.

## References

- [1] Salamon, S. Complex structures on nilpotent Lie algebras, *J. Pure Appl. Algebra* **157** (2001), 311333.

- [2] M. Ceballos, A. Ota, L. Ugarte, R. Villacampa, Classification of complex structures on 6-dimensional nilpotent Lie algebras, *arXiv:1111.5873v4 [math.DG]*.
- [3] A. Shabanskaya, Classification of six dimensional solvable indecomposable Lie algebras with a codimension one nilradical over  $\mathbb{R}$ , *PhD-thesis, University of Toledo, 2011*.
- [4] P. Turkowski, Solvable Lie algebras of dimension six, *J. Math. Phys.* **31** (1990), 1344–1350.